UNIVERSIDAD JESUITA DE GUADALAJARA
ITESO

Sinéctica
revista electrónica de educación

"¿Dónde conviene cambiar el cheque?" Conocimientos multiplicativos en alumnos jornaleros agrícolas migrantes

Where is it better to cash the paycheck? Multiplicative knowledge developed by immigrant day laborers

Por: Diana Violeta Solares Pineda
violetasolares@gmail.com
Currículo: doctora en Ciencias con especialidad en Investigaciones Educativas por el Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional. Profesora-investigadora en la Universidad Autónoma de Querétaro. Su línea de investigación versa sobre la didáctica de las matemáticas.

Por: David Francisco Block Sevilla
dblock@cinvestav.mx
Currículo: doctor en Ciencias con especialidad en Investigaciones Educativas por el Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional. Investigador en el Departamento de Investigaciones Educativas de este mismo centro. Su línea de investigación versa sobre la didáctica de las matemáticas.

Recibido: 31 de enero de 2017. Aceptado para su publicación: 27 de septiembre de 2017.
Recuperado de: https://sinectica.iteso.mx/index.php/SINECTICA/article/view/733

Resumen
El artículo aborda la problemática de las relaciones entre los conocimientos matemáticos escolares y los extraescolares en un contexto específico de la educación rural: los alumnos jornaleros agrícolas migrantes. La perspectiva con la que se trata el problema es tanto didáctica como sociocultural. Presentamos los conocimientos matemáticos que ponen de manifiesto cuatro menores trabajadores agrícolas al resolver problemas multiplicativos que implican la comparación de razones. Los problemas se diseñaron a partir de una situación cotidiana que enfrentan las familias jornaleras migrantes: el pago de comisiones a diversos establecimientos al cambiar sus cheques por dinero en efectivo. Los resultados muestran que, aun cuando las familias no hacen cálculos numéricos –estrictamente hablando– para elegir dónde cambiar sus cheques, los niños y las niñas entrevistados dijeron contar con recursos aritméticos que les permiten hacer las comparaciones y elegir aquella en la que el cobro es menor. Tales recursos muestran, por una parte, una diversidad de procedimientos no convencionales, mientras que, por otra, revelan también la ausencia de ciertos saberes escolares que podrían facilitar los cálculos. Planteamos algunas reflexiones respecto a los posibles vínculos entre los conocimientos matemáticos escolares y los extraescolares.
Palabras clave: menores jornaleros migrantes, conocimientos matemáticos, problemas multiplicativos, matemáticas escolares, matemáticas extraescolares.

Abstract
This article examines the problematic relationship between scholastic and extracurricular mathematical knowledge in the context of rural education of migrant agricultural day laborer students. Didactic and sociocultural perspectives are used to address the issue. We present the mathematical knowledge of four underage agricultural day laborers tasked with solving multiplication problems that involve ratio comparison. The problems were designed based on a common daily situation for migrant day laborers, deductions incurred while cashing checks. The results show that even when families do not make numerical calculations—strictly speaking—to choose where to cash their checks, the interviewed children exhibited arithmetic skills that allowed them to make the necessary comparisons and choose the one in which the collection was lowest. This resourcefulness shows, on the one hand, a variety of non-conventional procedures, while on the other also demonstrates the absence of certain scholastic knowledge that could facilitate these calculations. We raise some reflections regarding the possible links between scholastic and extracurricular mathematics.
Keywords: underage migrant day laborers, mathematical knowledge, multiplication problems, scholastic mathematics, extracurricular mathematics.

Introducción

Marco tiene catorce años, es originario de Michoacán y a su corta edad ha trabajado en distintas actividades agrícolas junto con su familia, la cual migra con frecuencia a Sonora y a otros estados del norte de México para trabajar en el cultivo de diferentes productos agrícolas. Según la Encuesta Nacional de Jornaleros de 2009, existen en México 434,961 familias de jornaleros migrantes a nivel nacional (Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación, 2016).

Cada semana, la familia de Marco recibe un cheque por el trabajo realizado. Ese cheque debe ser cambiado por dinero en efectivo o ser enviado a otros familiares que están en Michoacán. Hacer el cambio en efectivo o enviar el cheque tiene un alto costo. De acuerdo con estudios sobre la situación financiera de jornaleros agrícolas migrantes (Cruz, 2012), el servicio que ofrecen bancos comerciales y empresas de remesas tiene un costo excesivo que incluso llega a ser 6% del valor del envío. Ese costo puede elevarse aún más debido a las siguientes circunstancias, también señaladas por Cruz (2012): los jornaleros envían dinero a sus familias y, en ocasiones, piden a estas que también les envíen dinero, lo que implica gastos adicionales; hay una escasa bancarización de los trabajadores tanto en sus comunidades de origen como en las que llegan a trabajar (no tienen cuentas bancarias de ningún tipo ni participan en cajas de ahorros); los trabajadores suelen ser víctimas de las extorsiones de capataces y contratistas.

Marco forma parte de los 333,836 niños, niñas y adolescentes que, según la Encuesta Nacional de Jornaleros, migran constantemente junto con sus familias para trabajar en campos agrícolas, aun cuando el trabajo infantil está prohibido. Un mínimo porcentaje de esos niños, niñas y adolescentes son atendidos por el sistema educativo (15%, según las mismas fuentes oficiales), lo cual se agrava si se considera que, además, se presentan altos índices de deserción, reprobación y absentismo escolar por las condiciones de trabajo y migración en que se encuentran los menores y sus familias.

En opinión de algunos maestros y maestras que atienden a esta población, las dificultades de los alumnos respecto a las matemáticas se concentran en la representación convencional de los números escritos y en la correcta ejecución de los algoritmos, pero esas dificultades –señalan los docentes– se compensan con las habilidades de cálculo mental que los alumnos han desarrollado en las actividades laborales en las que tempranamente participan (Solares, 2012a).

Con esos antecedentes, nos propusimos identificar los conocimientos sobre números escritos y cálculo numérico en niños y niñas de un campo agrícola, así como identificar y caracterizar las actividades en las que tales conocimientos se manifestaban. Además de nuestro interés en la comprensión de los procesos de aprendizaje de las matemáticas más allá de la escuela, consideramos que los conocimientos matemáticos que se pudieran identificar constituirían un insumo para discutir en qué medida la escuela puede aprovechar los saberes previos de los alumnos para la enseñanza de nuevos conocimientos y, de la misma manera, en qué medida lo que la escuela enseña contribuye a las necesidades de estos niños y de sus familias más allá de la escuela misma.

La investigación se llevó a cabo en un viñedo ubicado en el municipio de Caborca, en el estado de Sonora. Lo que aquí se reporta es una de las actividades que implican el cálculo numérico y que consiste en cambiar el cheque de pago por dinero en efectivo en distintos establecimientos, los cuales cobran una comisión por realizar ese cambio. Con base en las características identificadas en esta actividad, diseñamos situaciones problemáticas que fueron planteadas a dos niños y dos niñas; el propósito de esas situaciones fue profundizar en la indagación de sus conocimientos matemáticos.

Los resultados muestran que, si bien las familias no hacen cálculos para elegir dónde cambiar sus cheques, los niños y las niñas entrevistados cuentan con diversos recursos aritméticos que les permiten identificar en dónde pagan una comisión menor. Asimismo, se pone de manifiesto la ausencia de ciertos saberes escolares que podrían facilitar los cálculos.

En este artículo exponemos primero los planteamientos teóricos y las decisiones metodológicas que orientaron el desarrollo de esta investigación; posteriormente, describimos cómo se lleva a cabo el cambio de cheques por dinero en efectivo en un campo de cultivo de Caborca, Sonora. Después, presentamos una situación problemática que fue diseñada con base en la actividad del cambio de cheques y que planteamos a cuatro alumnos trabajadores; exponemos los procedimientos y las dificultades que los alumnos mostraron y, por último, formulamos las conclusiones y algunas reflexiones respecto a las posibilidades de que la escuela promueva la vinculación de conocimientos matemáticos de contextos distintos.

Referentes teóricos

Establecemos, como punto de partida, que los conocimientos matemáticos están presentes en una diversidad de prácticas sociales, las cuales tienen lugar tanto en espacios escolares como no escolares. Esta postura conlleva una determinada concepción sobre el conocimiento matemático y sobre las matemáticas en sí mismas; para dar cuenta de esa concepción, nos apoyaremos en ciertos planteamientos de teorías tanto didácticas como no didácticas, los cuales ya han sido expuestos en otras publicaciones (Solares, 2012a, 2012b, 2017; Solares, Solares, Padilla, 2016).

La teoría de las situaciones didácticas plantea que el conocimiento matemático puede tener distintos sentidos o significados, dependiendo de las situaciones problemáticas en las que ese conocimiento se manifiesta (Brousseau, 2000). Por su parte, la teoría antropológica de lo didáctico (en adelante TAD) considera a las matemáticas como una actividad más del conjunto de actividades humanas que se llevan a cabo en la sociedad, y describe la actividad matemática como un “trabajo de modelización encaminado a resolver problemas” (Chevallard, Bosch y Gascón, 1998). Esta actividad matemática se desarrolla en una diversidad de prácticas concretas, las cuales se realizan en instituciones específicas (no necesariamente escolares) (Chevallard *et al*., 1998).

La TAD establece, además, que la actividad matemática puede caracterizarse como una praxeología; esto quiere decir que está constituida por los “tipos de tareas” que se efectúan en una práctica determinada, por las “técnicas” con las cuales se ejecutan dichas tareas, por la “tecnología” –es decir, los discursos– que justifican, explican y producen las técnicas, y por la “teoría”, que a su vez justifica a la tecnología (Chevallard *et al.,* 1998).

Nos apoyamos en los referentes anteriores para suponer que las familias jornaleras participan en actividades matemáticas que tienen lugar en ciertas prácticas laborales. Esas actividades matemáticas están acotadas por las condiciones específicas de una institución (el campo de cultivo, en este caso), las cuales inciden en el sentido o significado de los conocimientos matemáticos que se ponen en marcha.

Asimismo, suponemos que tales actividades matemáticas pueden caracterizarse en términos de una praxelogía, como lo plantea la TAD; es decir, que podemos identificar tipos de tareas, formas de resolverlas (técnicas) y, particularmente, los discursos en torno a esas técnicas (tecnología). Para identificar esos discursos, recurrimos a otros planteamientos que, en el marco de la TAD, abordan el aspecto discursivo y hacen hincapié en sus funciones “pragmáticas”, más que en las teóricas (Castela, 2008). Esta autora señala que en la tecnología se manifiestan, además de saberes de tipo teórico, otro tipo de saberes operatorios, pragmáticos o prácticos. Junto con Romo (2009), estas autoras han logrado identificar lo que denominan “funciones pragmáticas de la tecnología”, a saber: describir, facilitar, motivar, explicar, validar y evaluar la técnica (Castela y Romo, 2011). Por ejemplo, en los discursos de los sujetos se puede identificar cómo evalúan una técnica para decidir si la usan o no para resolver un tipo de tarea; cómo motivan a otros para convencerlos de usar una técnica en vez de otra; cómo una técnica determinada les facilita la tarea, entre otras.

Con base en los supuestos anteriores, procuramos identificar en qué actividades matemáticas participan las familias jornaleras y caracterizarlas en términos de praxeología. Asimismo, caracterizamos qué conocimientos matemáticos manifiestan las familias (específicamente los niños y las niñas) y qué condiciones inciden en el sentido o significado de esos conocimientos. Para lograr esos propósitos, ha sido necesario acudir a otros marcos teóricos que, más allá del campo de la didáctica, han advertido la influencia de algunas condiciones del contexto en los aprendizajes de los sujetos. En esta ocasión nos referimos solo a la perspectiva denominada “Cognición en la práctica” y a los planteamientos de una de sus principales impulsoras, Jean Lave.

Lave (1991) concibe la cognición como un fenómeno social complejo, un proceso que se va construyendo de acuerdo con las condiciones sociales de las actividades en las que los sujetos participan. En ese sentido, propone que la manera en que los sujetos problematizan ciertas situaciones y la forma en que las resuelven están influenciadas por el papel social que se asigna a tales situaciones, por las interacciones con otros participantes y los contextos en los que estas ocurren (Lave, 1991).

Esta teoría se enfoca en “la actividad cotidiana”, es decir, en aquellas actividades de carácter rutinario que disponen de un entorno organizado para llevarse a cabo. Desde esa perspectiva, Lave asume que la práctica aritmética se constituye rigurosamente *in situ,* por lo que, para investigar la práctica aritmética cotidiana, es necesario considerar la especificidad situacional de la actividad matemática (Lave, 1991).

Un ejemplo de ello es el que plantea la misma autora a propósito de su estudio sobre cómo las personas toman decisiones al momento de hacer las compras en el supermercado. Plantea que si bien la gente suele hacer las compras y calcular al mismo tiempo, de tal manera que ambas actividades pueden conformarse mutuamente, una de ellas es la que está en progreso y va constituyendo a la otra (Lave, 1991). Si dentro de la escuela a una persona se le planteara un problema de cálculo relacionado con hacer compras, la actividad en progreso sería la de calcular y lo de “hacer las compras” no sería relevante; en cambio, si esa misma persona en realidad está comprando, los datos numéricos serán tratados de acuerdo con lo que implique la actividad de hacer las compras: “Ni las matemáticas ni la compra se organizan de la misma manera en ambas situaciones […] no hay un procedimiento fijo para las matemáticas o la compra, ni tienen efectos organizativos simétricos la una sobre la otra” (Lave, 1991, p. 115).

Decisiones metodológicas

Como señalamos, en este artículo nos interesa identificar y caracterizar las actividades matemáticas en las que participan las familias jornaleras, los conocimientos matemáticos que intervienen en tales actividades, y las condiciones que influyen en el significado de esos conocimientos. Para llevarlo a cabo, efectuamos entrevistas a 17 adultos trabajadores y a 12 menores, y entrevistamos a siete familias trabajadoras, además de observaciones del trabajo agrícola *in situ* (Solares, 2012a).

En el campo de cultivo hay una diversidad de actividades que implican la producción e interpretación de números escritos, así como el cálculo numérico; por ejemplo: registrar e interpretar la producción diaria de cada trabajador; registrar y calcular las deudas de las familias con las tiendas de los campos de cultivo; registrar e interpretar los talones de pago semanales que reciben los trabajadores; y cambiar el cheque de pago por dinero en efectivo en distintos establecimientos, pagando una comisión.

Una vez identificada la presencia de un conocimiento matemático genérico en alguna tarea, procedimos a una doble caracterización de la tarea: por una parte, en términos de su significación social, y por otra, en términos de la naturaleza del conocimiento matemático implicado.

Con el apoyo de las perspectivas que constituyen nuestro marco teórico, llevamos a cabo la caracterización de la significación social mediante lo que denominamos “aspectos caracterizadores” de las actividades en las que se manifiestan la escritura y el cálculo numérico:

- Cuál es el tipo de tarea a realizar y cuál es su propósito.

- Cómo se lleva a cabo ese tipo de tarea y con qué medios (¿cuál es la técnica?).
- Quiénes participan y con qué intereses.
- Cuáles son los discursos en torno a esas técnicas (¿cuál es la tecnología?).

Respecto a la caracterización de la naturaleza del conocimiento matemático implicado en la situación, realizamos un análisis didáctico *a priori* de las formas en que el conocimiento matemático podría estar incluido en la tarea, en las resoluciones específicas de los participantes, en función de determinadas características. Algunas de estas son variables didácticas, es decir, pueden ser modificadas a voluntad a fin de provocar efectos en los procedimientos de resolución (Brousseau, 1998; Ruiz, 2003). Este análisis se nutre de aportes de estudios en didáctica de las matemáticas, sobre todo desde la teoría de las situaciones didácticas (Brousseau, 1998 y 2000) y la teoría de los campos conceptuales (Vergnaud, 1983 y 1988).

Este análisis nos permitió ampliar el espectro de situaciones en las que se puede identificar el conocimiento en cuestión, así como el de significaciones y formas de representación; en otras palabras, ayuda a enriquecer la mirada desde la que se identifican conocimientos de matemáticas tanto en las tareas como en las acciones de los sujetos que las realizan.

Una vez llevada a cabo la doble caracterización de una actividad, procedimos a diseñar lo que denominamos simulaciones, en las que, a través de entrevistas individuales, planteamos situaciones problemáticas a niños y niñas de las familias trabajadoras; esas situaciones emulaban alguna de las actividades mencionadas y demandaban al niño o niña entrevistado la puesta en marcha de algunos conocimientos aritméticos para resolver la situación.

El propósito de esas simulaciones fue averiguar qué conocimientos ponen de manifiesto los alumnos en una situación muy similar –aunque no sean los mismos que pondrían en juego en la situación real– y examinar su relación con los que la escuela pretende enseñar. La finalidad es, por una parte, valorar el interés didáctico que para la enseñanza escolar pudiera tener el uso de problemas contextualizados en el entorno de los alumnos (sin esperar que resuelvan de la misma manera en ambos contextos), y por otra, analizar las posibles aportaciones de la escuela para que los alumnos y sus familias enfrenten con mayores elementos situaciones extraescolares como las que se describen.

La potencialidad de este recurso como medio de indagación radica en su carácter de simulación de una práctica social específica: al emular una situación “de la vida cotidiana” se posibilita la manifestación de conocimientos matemáticos que pueden ser resultado, o no, de una adaptación de los aprendizajes escolares; por ejemplo, es posible que en algunos procedimientos de resolución los alumnos integren procedimientos convencionales y no convencionales.

Un factor que ayuda a que los conocimientos matemáticos de los alumnos se manifiesten es el hecho de que las simulaciones se basan en una práctica social de la cual tienen experiencia; por ello, aunque dicha experiencia sea menor, no les resulta ajena. Esto facilita la comprensión de las situaciones matemáticas que se les plantean.

Esta herramienta de indagación tiene también sus limitaciones: por una parte, hay una alteración –necesaria, cabe decir– de algunos rasgos de la práctica social a fin de centrar la atención de los alumnos en el conocimiento matemático que interesa indagar; por otra, hay que considerar los posibles efectos de las expectativas que se ponen en juego, como la posibilidad de que los alumnos recurran a procedimientos convencionales suponiendo que eso es lo que quiere el entrevistador. No obstante estas limitaciones –las cuales hay que tener en cuenta al hacer la interpretación de los datos–, la simulación es un recurso suficientemente valioso por la información que puede aportar particularmente a la escuela: lo que los alumnos saben hacer y lo que está pendiente por aprender.

Cómo se cambia un cheque por efectivo en un campo agrícola de Caborca

Para caracterizar la actividad que consiste en cambiar el cheque por dinero en efectivo, entrevistamos a una familia trabajadora, a la dueña de una de las tiendas del campo de cultivo y analizamos las condiciones que fijan los establecimientos comerciales que cambian cheques en la ciudad de Caborca. Con base en las características identificadas, y teniendo en cuenta algunos elementos aportados por el análisis didáctico previo, diseñamos situaciones problemáticas que fueron planteadas a dos niños y dos niñas; el propósito fue profundizar en la indagación de sus conocimientos matemáticos.

Identificamos que hay distintas formas en que las familias pueden cambiar el cheque que reciben cada semana por parte de la administración. Algunas de esas opciones implican el pago de una comisión, mientras que otras aparentemente son “gratuitas”, pero demandan ciertas condiciones que también podrían suponer un gasto extra para las familias.

Sin pagar comisión:

- Cambiar el cheque en alguna tienda de autoservicio de la ciudad al hacer un consumo mayor de cien pesos.
- Pagar con el cheque las deudas adquiridas en alguna de las dos tiendas del campo de cultivo.
- Cambiar el cheque en uno de los bancos de la ciudad.

Pagando una comisión:

- Cambiarlo en alguna de las tiendas del campo de cultivo.
- Cambiarlo en una “casa de cambio” de la ciudad de Caborca.

De acuerdo con los “aspectos caracterizadores” que establecimos, identificamos que el tipo de tarea que está implicado en esa actividad es “cambiar el cheque”, y que hay diferentes técnicas para llevar a cabo esa tarea. Las técnicas y los discursos en torno a ellas (es decir, la tecnología) están en función de los intereses de quienes participan, sus conocimientos matemáticos previos y su situación laboral y económica, determinadas por las condiciones específicas del campo de cultivo.

En el campo de cultivo hay dos tiendas, la del señor Gilberto y la de la señora Reynalda. En la primera se cobran \$10 por cambiar un cheque, sin importar su monto; en la segunda se cobran \$5 de comisión por cada \$100 (5%). Según explicó la dueña, no cobra comisión cuando sus clientes le pagan con el cheque las deudas que han contraído con su tienda, pero si el monto de esas deudas es “pequeño” (pone el ejemplo de \$300), entonces sí les cobra una comisión; según su propio ejemplo, en ese caso cobra \$50 por un cheque de \$2,000 (equivale a 2.5% de comisión). El argumento que la señora Reynalda da a sus clientes es: “Te voy a cobrar cincuenta pesos porque no es mi obligación cambiar el cheque, [pero sí] es tu obligación pagarme”.

En la ciudad de Caborca hay varios establecimientos que se dedican a cambiar cheques y se promocionan anunciando que cobran la comisión “más baja”. Las formas comunes que usan para dar a conocer los cobros son: “$15 por cada 1,000”, “$1.50 por cada 100”. Por lo regular no usan el símbolo de porcentaje ni el término por ciento.

Preguntamos a los papás de Marco, uno de los alumnos entrevistados, cuál de las opciones anteriores usan para cambiar sus cheques. La mamá comentó que la mayoría lo cambia en la tienda del señor Gilberto, ya sea cuando pagan sus deudas o, incluso, sin deber nada, con una comisión de $10 por cheque. El papá respondió que en ocasiones van a Caborca a cambiarlo, pero esto lo hacen solo cuando va a hacer un envío de dinero a sus familiares. Respecto a estos envíos, señalan que, aunque pueden enviar el cheque, sus familiares prefieren recibir dinero en efectivo. Para esto último deben hacer un doble pago: por cambiar el cheque (entre $9 y $10) y por enviar el dinero (alrededor de $35 por un cheque de $600).

Además, tienen que considerar el costo del pasaje de tres personas a Caborca de ida y vuelta (ellos dos y uno de sus hijos):

> 1. Mamá: Imagínate, son seiscientos [el valor del cheque] y luego menos… Si vamos los tres son setenta y cinco pesos de pasaje… [cada uno paga $25 de ida y vuelta, se van en una camioneta de un señor del campo].
> 2. Papá: Si vamos tres, pues ya… serían setenta y cinco ida y vuelta, pero de repente cuando no hay quien nos lleve o que nomás nos llevan para allá, ya de vuelta no hay, pagar un taxi [cobra entre 100 y 120 pesos].
> 3. Mamá: … Sale caro, es que a veces tenemos que ir nomás uno… pa’ que no gastemos tanto, pero a veces también quiere ir mi chiquito y lo tengo que llevar… Se aburre pues de estar aquí encerrado también…

Por eso, la mayoría de las veces cambian su cheque en la tienda de don Gilberto y pagan una comisión. También pueden cambiarlo los sábados, cuando llega un tianguis de ropa, zapatos y otros productos a instalarse en el mismo campo de cultivo, pero deben comprar al menos cien pesos para que se los cambien. Su conclusión es que no conviene ir hasta Caborca solo para cambiar el cheque; ellos van allá si desean enviar dinero a otra parte del país.

Es muy probable que para decidir dónde cambiar el cheque varias familias se orienten por criterios similares a los de la familia de Marco, en los cuales no solo se considera el monto de la comisión, sino también el costo del traslado a la ciudad con todos los detalles que ello implica. En términos de la TAD, diríamos que en esos discursos, al no aludirse a la tarea de comparación de las comisiones, no se identifican elementos tecnológicos relativos a estas; más bien aspectos pragmáticos determinados por las condiciones de vida del campo de cultivo: “Sale caro, es que a veces tenemos que ir nomás uno… pa’ que no gastemos tanto, pero a veces también quiere ir mi chiquito y lo tengo que llevar… Se aburre pues de estar aquí encerrado también…”.

En términos de Lave (1991), podríamos argumentar que la manera en que las familias problematizan esta situación y los recursos de solución que ponen en marcha están fuertemente influenciados por las interacciones sociales implicadas en la situación y las condiciones específicas del contexto. La actividad aritmética que llevan a cabo las familias no se circunscribe a calcular y comparar las diferentes opciones de pago de comisión por el cambio de cheques, y podría ser –incluso– que en algunos casos la actividad aritmética no incluya esos cálculos.

No obstante, dada la familiaridad con la situación, consideramos que elegir la comisión más baja podría resultar significativo para los alumnos; “significativo” en el sentido de que la situación sería comprensible y que tendrían recursos para enfrentarla, a pesar de no ser ellos quienes se ocupan de ese tipo de elecciones en la vida diaria, pues son los adultos de las familias quienes lo hacen. Esto constituye una hipótesis que exploramos.

“¿Dónde conviene cambiar el cheque?” Una simulación para indagar procedimientos multiplicativos

En este apartado describimos las situaciones problemáticas que planteamos a los alumnos entrevistados. Cabe precisar que no usamos el término “situación” para referirnos a la problemática que se formula al sujeto, la cual implica una meta a conseguir en ciertas condiciones. A diferencia del significado de este concepto en la TSD, aquí no hay una intención didáctica de por medio.

Las situaciones problemáticas simulan la elección de un establecimiento para cambiar el cheque, y tienen como único criterio identificar la comisión menor (“¿dónde se pierde menos dinero?”). Para su diseño, consideramos dos fuentes: por una parte, a partir de las distintas formas en que las familias del campo de cultivo pueden cambiar el cheque por dinero en efectivo; por otra, con base en algunas consideraciones derivadas de análisis didáctico *a priori*.

Tales situaciones se plantearon a cuatro alumnos: Marco y Helena de sexto grado, Carmela de quinto y Roberto de cuarto. A cada uno de ellos se le presentaron opciones de cobro de distintos establecimientos para cambiar un cheque y se les preguntó cuál cobro convenía más, es decir, en cuál establecimiento “se perdería menos dinero” al cambiarlo (ver tabla 1).

Tabla 1. Opciones para cambiar el cheque (situación problemática 1)

Casa de cambio “Caborca”	Casa de cambio “La Caborqueña”	Tienda “Doña Reyna”
Se cambian cheques Cobramos $1.5 por cada $100	Cambie aquí su cheque Cobramos $15 por cada $1,000	Le cambiamos su cheque Cobramos $50 por cada $2,000

Una vez que cada alumno elegía el lugar, le pedíamos que argumentara esa elección: “¿Por qué crees que esa opción te conviene más?” Después, les entregábamos un “cheque” y les decíamos que calcularan cuánto dinero recibirían al cambiarlo en el establecimiento elegido. Por último, para verificar si habían hecho la mejor decisión, les pedíamos que también calcularan la comisión que cobrarían los otros establecimientos. Pusimos a su disposición una calculadora, en caso de que quisieran usarla.

Características de las situaciones

El análisis didáctico *a priori* nos llevó a distinguir dos tipos de tarea más específicos implicados en la tarea genérica “cambiar el cheque”: una de “comparación de razones” derivada de la pregunta “¿En dónde conviene más cambiar el cheque? y una de “cálculo de una cuarta proporcional”, derivada de la pregunta “¿Cuánto cobrarían de comisión por un cheque de x cantidad?” (Block, 2006). A ambas tareas subyace la noción de relación proporcional entre dos magnitudes, la cual, a su vez, forma parte del campo de las estructuras multiplicativas (Vergnaud, 1988).

A continuación destacamos características didácticas más específicas de las situaciones planteadas, y presentamos las resoluciones que efectivamente desarrollaron los alumnos.

Tarea 1. Comparar las opciones. Al pedirles que eligieran la comisión menos cara, los alumnos tenían que comparar entre sí las razones que guardan dos cantidades de dinero (por ejemplo, “por cada 1,000 se cobran 15”). Según Freudenthal (1983), “la razón es una relación de equivalencia en el conjunto de parejas ordenadas (o de valores de magnitud)”. Esa relación de equivalencia puede expresarse de distintas maneras (Block, Mendoza y Ramírez, 2010):

- Mediante dos cantidades (“por cada 100, se cobra 1.5”)
- Con un solo número, natural o fraccionario (“se cobra 3/2 o 1.5 del total”)
- Mediante un porcentaje (“se cobra el 1.5%”)

Como advertimos en la tabla 1, las casas de cambio “Caborca” y “La Caborqueña” cobran la misma comisión (1.5%), mientras que “Doña Reyna”, 2.5%. Las dos primeras razones son las que suelen anunciarse con mayor frecuencia en los negocios de Caborca, mientras que la tercera es lo que suele cobrar la señora Reynalda a los clientes que le pagan “deudas menores”. Se evitaron las expresiones % y “por ciento” a fin de usar las formas en las que originalmente cada negocio ofrece sus servicios.

Debido a que para la mayoría de los niños entrevistados resultó relativamente sencillo identificar la equivalencia de dos de las razones, a uno de ellos le planteamos la siguiente modificación (variante de la situación 1): eliminamos $1.5 por cada $100 e incluimos $5 por cada $100, que es lo que la señora Reynalda cobra a quienes no son sus clientes.

Tabla 2. Variante de la situación problemática 1

Casa de cambio “Caborca”	Casa de cambio “La Caborqueña”	Tienda “Doña Reyna”
Cobramos $5 por cada $100	Cobramos $15 por cada $1,000	Cobramos $50 por cada $2,000

Una de las maneras más accesibles de comparar entre sí las razones de cobro de los establecimientos anteriores es igualando alguno de sus términos (Block, 2006); por ejemplo, se pueden duplicar los dos términos de la razón de cobro que ofrece La Caborqueña para igualar uno de sus términos con la razón de cobro que ofrece doña Reyna, como se muestra en la tabla 3.

Tabla 3. Igualación de términos para comparar dos razones:
La Caborqueña conviene más, puesto que por $2,000 se pagan $30,
mientras que con doña Reyna se pagan $50 por esa misma cantidad

	“La Caborqueña”	
	Por cada	Se cobra
×2	1,000	15
	2,000	30

“Doña Reyna”	
Por cada	Se cobra
2,000	50

Al duplicar, triplicar o también dividir los términos de un conjunto de cantidades para igualarlos con los de la otra, se pone en juego implícitamente la propiedad de la conservación de las “razones internas”, esto es, el hecho de que en una relación entre dos conjuntos de cantidades proporcionales, si una cantidad de una magnitud aumenta *n* veces, la cantidad de la otra magnitud que le corresponde también aumenta *n* veces. Esta propiedad se caracteriza como la del “isomorfismo multiplicativo” en la teoría de los campos conceptuales de Vergnaud (1988). Combinada con la del “isomorfismo aditivo” (suma de términos homólogos de dos razones equivalentes), da lugar a una diversidad de formas de resolver.

En el ejemplo que se muestra, las magnitudes en juego son: “cantidad de dinero que se cambia y cantidad de dinero que se cobra de comisión”. La razón interna que se conserva es 2 (el doble). Para comparar las otras opciones es igualmente sencillo.

Otros procedimientos para hacer las comparaciones anteriores son más complejos y, por lo tanto, son poco factibles; entre otros motivos, porque implican multiplicaciones y divisiones por números menores que uno (es el caso de la obtención del “valor unitario” de cada razón, que consistiría en averiguar cuánto se paga por cada peso); además, las cantidades de dinero en juego son demasiado pequeñas para ser significativas.

Tarea 2. Calcular la comisión que cobraría cada establecimiento para un monto. La segunda tarea solicitada consistió en averiguar cuánto dinero pagarían y con cuánto se quedarían al cambiar un cheque de un valor determinado, con la regla elegida en la tarea anterior y también con las otras reglas para verificar.

Esta tarea permitiría averiguar cómo resuelven un problema multiplicativo de valor faltante, y de modo más específico, cómo establecen una cuarta proporcional a partir de las otras tres. El problema se puede resolver, asimismo, con procedimientos que tienen distinto grado de complejidad. Esta vez el procedimiento más accesible, a saber, el que se apoya en la propiedad de la conservación de las razones internas, se enfrenta a la dificultad nada pequeña de que las cantidades de los cheques no son múltiplo de las cantidades con las que se expresan las comisiones; por ejemplo, aplicar la comisión 15 por cada 1,000 a una cantidad como 2,000 pesos es relativamente sencillo, pues, como ya hemos visto, basta con identificar la relación “doble”, pero hacerlo con 1,615 pesos es muy difícil. Nuestra idea era explorar si los alumnos podrían aproximarse al resultado (o hallarlo) recurriendo, de nuevo, a la conservación de las razones internas; por ejemplo, por 1,000 pesos se cobran 15, entonces por 100, que es la décima parte de 1,000, se cobrará la décima parte de 15, es decir, 1.5, y a partir de ese dato calcular lo correspondiente a $1,600 (que es cercano a $1,615) (ver tabla 4).

Tabla 4. Procedimiento de conservación de razones internas

	"La Caborqueña"	
	Por cada	Se cobra
	1,000	15
÷10	100	1.5
×6	600	9

Procedimientos de los alumnos

Describimos primero cómo los alumnos eligieron la opción que consideraban más conveniente y, después, cómo calcularon la cantidad que les cobrarían o la cantidad que les entregarían al cambiar un cheque. Cabe aclarar que en algunas ocasiones los alumnos no hicieron en ese orden las dos tareas, pues, a veces, para comparar o para argumentar la comparación, calculaban las comisiones que arrojaban las opciones que estaban comparando.

Como mencionamos, en la experiencia participaron cuatro alumnos: Marco y Helena, de sexto grado, Carmela de quinto y Roberto de cuarto. La situación 1 fue formulada a los tres primeros alumnos, mientras que la variante de la situación 1 se planteó solo a Roberto.

Para elegir la regla de cambio

Nos interesaba identificar los criterios que orientaron las elecciones de los alumnos, así como los recursos en los que se apoyaban para elegir uno de los establecimientos para cambiar el cheque. Sin embargo, en muy pocas ocasiones los alumnos expresaron dichos criterios. Los alumnos que sí ofrecieron algún argumento de por qué una opción era mejor que las otras, fue porque se les pidió que calcularan cuánto dinero pagarían en un establecimiento que no habían escogido, lo cual les daba elementos para justificar más sus elecciones.

En lo que se refiere a los recursos para elegir el establecimiento, la estimación parece ser lo más utilizado. Las estrategias de cálculo mental a las que los alumnos acudieron para sus estimaciones fueron acompañadas de cierta "intuición" sobre la variación proporcional de las cantidades en juego. Como ejemplo, presentamos a continuación las elecciones que los alumnos hicieron en la situación 1. Las comisiones que tenían para elegir eran las siguientes: $1.5 por cada $100, $15 por cada $1,000 y $50 por cada $2,000. Los tres alumnos participantes en esta situación eligieron la segunda razón.

Carmela había optado primero por la razón 1.5 por cada 100, pero luego, con cierta inseguridad, la desechó argumentando que "estaba caro" y la cambió por 15 de cada 1,000. No se percató de la equivalencia entre esas dos razones, aunque efectivamente eligió un cobro que sí conviene.

Por su parte, Helena se inclinó desde un inicio por la razón 15 por cada 1,000 y, aunque parecía que identificó la equivalencia entre esa razón y la de 1.5 por cada 100, no lo formuló de manera explícita:

1. Entrevistadora. ¿Por qué crees que es el que conviene más?
2. Helena. Porque cobran quince pesos por mil pesos.
3. Entrevistadora. ¿Y los otros?

> 4. Helena. Este otro también [se refiere a $1.50 por cada $100] es como… también…, también conviene porque… [Lee nuevamente en silencio la propaganda de ambos anuncios. Después de un silencio largo, confirma su elección de $15 por cada $1,000, sin concluir su argumento.]

Marco, en cambio, sí hace explícita la equivalencia entre las dos primeras comisiones al recurrir a la igualación de términos; además, con ayuda de la pregunta de la entrevistadora, expresó con claridad el argumento por el que descartó la tercera opción:

> 1. Entrevistadora. ¿Por qué los otros no?... ¿Por qué crees que los otros no?
> 2. Marco. Éste cobra más [señala el de $50 por cada $2,000]. [Silencio] Éstos son iguales [los otros dos anuncios]. Si quieres mil [señala el anuncio: $1.5 por cada $100], va a ser igual que éste [señala $15 por cada $1,000].
> 3. Entrevistadora. ¿Y aquí cuánto te pedirían, con doña Reyna, si quisieras mil? […] Si tu cheque fuera de mil, ¿cuánto crees que te cobraría doña Reyna?
> 4. Marco. Veinticinco pesos.

En la variante de la situación 1 que se formuló a Roberto (en vez de $1.5 por cada $100 se presenta el cobro $5 por cada $100); este alumno eligió $15 por cada $1,000 con el argumento de que “está barato”. Cuando se le preguntó por qué no eligió el de $5 por cada $100, respondió: “No te conviene… Si fueran ciento cinco te van a dar cien, no te conviene”. Probablemente se confundió y quiso decir “si fueran 100 te van a descontar 5”. Se le planteó: “Y si llevas un cheque de mil, ¿tampoco te conviene?”. Roberto, de inmediato, respondió que no. Se le preguntó cuánto le descontarían; entonces hizo cálculos mentales y contestó que le iban a descontar $50, porque “son diez de cien” (deja implícito “y por lo tanto cobran 10 veces 5”).

Aun cuando no todos los alumnos expresaron de manera amplia sus argumentos, todos comprendieron y tuvieron presente la relación multiplicativa “por cada *x*, se cobra *y*” al momento de hacer su elección. Este hecho es relevante porque en otros estudios se ha identificado que los alumnos con cierta frecuencia centran la atención únicamente en uno de los términos de las reglas, sin atender las relaciones entre ambos términos (Block 2, 2006), lo cual no ocurrió en este caso.

Por otra parte, los ejemplos anteriores muestran que no son suficientes las preguntas “¿por qué elegiste *x*?” o “¿por qué no elegiste *y*?” para que los alumnos argumenten su elección. Tal vez habría que plantear una opinión contraria a la de ellos para crear la necesidad de argumentar, algo así como “Otro niño me dijo que con el cobro *z* se paga menos, ¿tú qué piensas?”.

Los procedimientos que mostramos se señalaron al elegir el cobro “$15 por cada $1,000”. Cabe subrayar que la cantidad del monto del cheque ($1,650) no es múltiplo de ninguno de los términos de la comisión que se está aplicando. Por ello, los cuatro alumnos que participaron en esta situación descompusieron la cantidad total del cheque en cantidades parciales que les permitieran cálculos más sencillos: rápidamente obtuvieron la comisión que corresponde a $1,000, pues la misma regla facilitaba ese cálculo; el reto era obtener la comisión correspondiente a $615.

Todos los alumnos calcularon la comisión para $600, pero los $15 restantes no fueron considerados. Suponemos que esto sucedió por una o varias de las siguientes causas: porque no tenían una manera de calcular la comisión correspondiente; porque los $15 no les resultaron significativos; o porque en el transcurso de sus cálculos se olvidaron de ellos.

Para calcular la comisión correspondiente a $600, los alumnos recurrieron a estrategias de estimación mediante cálculo mental, orientadas, como mencionamos, por alguna intuición sobre la relación proporcional de las cantidades en juego. En seguida mostramos ejemplos de ello.

a) “¿Seiscientos es casi mil?”. Carmela, Helena y Roberto hicieron estimaciones gruesas comparando $600 con $1,000: Carmela dijo que “el seiscientos casi ya es mil”, por lo que descontó $30 al valor total del cheque: $15 de ese descuento correspondían a $1,000 y los otros $15, a los $600. Para determinar la cantidad que le entregarían una vez aplicado ese descuento, hizo cálculos mentales apoyándose en los dedos y, cometiendo un pequeño error, obtuvo 1,575.

Por su parte, tanto Helena como Roberto –en momentos distintos– trataron de determinar una comisión para $600 que fuera más o menos proporcional a la que se aplicó para $1,000. Dado que 600 es “casi” la mitad de 1,000, ambos decidieron aplicar la mitad del descuento que correspondía a 1,000: con la calculadora dividieron 15 entre 2 y obtuvieron 7.5. Así, lo explica Roberto: “… como si fuera la mitad, quinientos, este… quinientos… son siete cincuenta”. En total, descontaron 22.5 (considerando los 15 que correspondían a 1,000). Cuando le preguntamos a Helena cómo logró el resultado, señaló: “Dividí y resté”. Sin embargo, después de haber explicado su procedimiento, Helena dudó del resultado y dijo que le cobrarían 7.5 *si fueran* 500 (que es la mitad de 1,000), por lo que ella misma pidió hacerlo de nuevo. En su segundo intento, dividió 7.5 entre 2, y obtuvo 3.75. Hizo esto porque “tenía que sacar la segunda parte, la mitad” (parece que se refiere a la cuarta parte de 15). Luego, sumó 7.5 más 3.75 y el resultado fue 11.25; comentó que esta última cantidad era la que debía restar a $600. Este segundo intento de Helena iba bien encaminado: de haber dividido de nuevo entre 2, se habría aproximado aún más a la comisión que correspondía a $600. Esquematicemos su procedimiento:

1000 --> 15
500 --> 7.5
250 --> 3.75
125 --> 1.88
600 --> aproximadamente 7.5 + 1.88

Helena trató de estimar la comisión que correspondía a una cantidad determinada usando de nuevo, implícitamente, la conservación de las razones internas.

b) Uso de la equivalencia de dos reglas de cambio. Marco había elegido la razón 15 por cada 1,000, pero para calcular cuánto sería por $600, recurrió a la razón 1.5 de cada 100. Antes había explicado la equivalencia de ambas razones: “Estos (cobros) son iguales. Si quieres mil [señala el anuncio $1.5 por cada $100], va a ser igual que este [señala $15 por cada $1,000].” Hizo sus cálculos de manera silenciosa, no realizó anotaciones ni usó calculadora; tampoco se apoyó en los dedos, y obtuvo 1,581:

1. Entrevistadora. ¿Cómo le hiciste para calcular eso?
2. Marco. [Sonríe]. De cien pesos, eran uno cincuenta; de doscientos, eran tres pesos […] si eran seiscientos, son nueve pesos… Y los nueve… más quince... los sumé a quince [la comisión que corresponde a $1,000]… Y le resté a este [señala

la cantidad en el talón de cheque], mil seiscientos quince… le resté veinticuatro pesos… Y me dio mil quinientos ochenta y uno. [Su resultado no está lejos de la cantidad correcta: 1,591.]

Esquematizamos su procedimiento:
1000 --> 15
100 --> 1.50
200 --> 3
600 --> 9

Sobresale el hecho de que los cuatro niños y niñas que participaron en estas situaciones tienen una idea clara de lo que significa el planteamiento “*x* de cada *y*”; en general, aplican de manera adecuada dos propiedades de la proporcionalidad, la conservación de las razones internas o la suma término a término. El manejo de estas propiedades contrasta con el desconocimiento de expresiones y algoritmos instituidos.

Conclusiones

La experiencia anterior confirma que los dos tipos de problemas planteados en torno al cambio del cheque, el de comparación de razones y el de determinar una cuarta proporcional, fueron significativos para los niños. En los dos casos pudieron desarrollar procedimientos para resolverlos, basados en la conservación de las razones internas, incluso en un caso complicado en que la cantidad a la que se aplica la razón no es múltiplo de un término de ella (15 de cada 1,000 aplicado a 1,615). Identificamos un procedimiento relativamente elaborado: el recurso a la equivalencia de dos reglas (15 de cada 1,000 y 1.5 de cada 100), que se aplican de manera combinada a una cantidad. Este desempeño de los alumnos llama más la atención si consideramos que los problemas planteados suelen ser difíciles para alumnos, incluso de secundaria (Hart, 1988; Vergnaud, 1983 y 1988).

El resultado anterior debe ser ponderado también a la luz de otro hecho: la ausencia, en la vida cotidiana de las familias trabajadoras, de la problemática tal como fue planteada. Cuando presentamos la situación del cambio de cheque a los alumnos, ni ellos ni los papás de Marco parecían familiarizados con la condición de “elegir la comisión más baja”; tampoco sabían que las tiendas del campo cobraban distintas comisiones; son otros los criterios con los que se orientan para elegir dónde cambiar el cheque (como el de considerar el gasto que implica salir del campo de cultivo). En ese sentido, confirmamos uno de los planteamientos de Lave respecto a que en la vida cotidiana las decisiones se toman considerando numerosos aspectos, y aquellos que implican cálculos no son necesariamente los primeros. Al mismo tiempo, es destacable que, aun sin contar con experiencia previa enfrentando los problemas planteados, los hayan comprendido y resuelto. Esto, a su vez, apoya la hipótesis de que no es indispensable que los problemas formulados ya hayan sido resueltos antes en la situación real para que estos resulten significativos para los alumnos y puedan abordarlos con los recursos que disponen.

Considerando lo anterior, es pertinente preguntarse qué implicaciones para la escuela se podrían desprender de los conocimientos que los alumnos demostraron tener frente a la situación de proporcionalidad del cambio de cheque y, también, qué implicaciones se desprenden de los conocimientos que los alumnos demostraron no tener.

Un primer aspecto que cabe reflexionar es si, aun cuando en la situación real de elegir dónde conviene cambiar el cheque se ponen en juego criterios que van más allá de la comparación de las comisiones en juego, vale la pena de todas formas saber hacer esa comparación. Desde nuestro punto de vista, ese conocimiento sí podría enriquecer los criterios a los que de por sí las familias recurren, y la escuela es un espacio donde ese tipo de análisis puede tener lugar. Además, considerando la vulnerabilidad económica de estas familias, de acuerdo con los estudios sobre las condiciones financieras de los trabajadores jornaleros migrantes, la escuela puede contribuir aportando un análisis de los cobros de comisión en términos de comparación de razones.

Por otra parte, entrando al terreno de lo didáctico, y habida cuenta de los conocimientos de los niños que se pusieron en evidencia, destaca que uno de los retos de la escuela es dar un lugar relevante a procedimientos personales (no canónicos, no institucionales) como estos y, además, articularlos con los conocimientos matemáticos explícitos, con las representaciones convencionales y con procedimientos más generales; por ejemplo, los alumnos tendieron a resolver las multiplicaciones y las divisiones mediante sumas, incluso disponiendo de la calculadora. ¿Cómo propiciar el reconocimiento explícito de las operaciones de multiplicación y de división? O bien, respecto a las expresiones como “15 de 100” que los alumnos supieron manejar correctamente, ¿cómo vincularlas a la de porcentaje? ¿Cómo vincularlas a la multiplicación X 0.15?

Articular procedimientos personales con nociones explícitas, representaciones y procedimientos convencionales implica un mayor reto. Cabe preguntarse cómo el uso de la calculadora podría, contrariamente a lo que suele pensarse, contribuir a desarrollar los procedimientos iniciales, hacerlos más eficientes y buscar su articulación con los convencionales; por ejemplo, usar la calculadora para dividir entre 100, multiplicar luego por 15 y darse cuenta de que, a final de cuentas, se multiplica por 0.15; o aprender a usar de manera directa la tecla %.

Hay otros conocimientos y relaciones matemáticas implicadas tanto en los procedimientos personales de los alumnos como en los institucionales; nos referimos a ciertas propiedades de la proporcionalidad que suelen operar de manera implícita en sus procedimientos (como “al doble le toca el doble”) y que requieren ser reconocidas, nombradas, y claramente utilizadas para analizar y resolver situaciones problemáticas específicas. La escuela es el espacio para que esos conocimientos se pongan sobre la mesa.

Por último, vale la pena hacer una observación de índole metodológica: los resultados de la experiencia sugieren que los problemas que se plantean para explorar conocimientos matemáticos de los niños (y de las personas en general) relativos a situaciones problemáticas que surgen en su entorno, y en particular las simulaciones, pueden contener alteraciones respecto a cómo se presentan en la vida diaria, sin dejar de ser significativos. Esas alteraciones permiten explorar otros aspectos de los conocimientos de los sujetos, como la posibilidad misma de adaptar lo que ya saben hacer para enfrentar una situación nueva, que no saben de antemano cómo resolver.

Referencias bibliográficas

Block Sevilla, D. F. (2006). *La noción de razón en las matemáticas de la escuela primaria. Un estudio didáctico.* Tesis de doctorado. Departamento de Investigaciones Educativas del Cinvestav, México.

Block Sevilla, D. F., Mendoza, T. y Ramírez, M. (2010). *¿Al doble le toca el doble? La enseñanza de la proporcionalidad en la educación básica.* México: SM de Ediciones, SA de CV, col. Somos Maestr@s de la serie Enseñar y Aprender.

Brousseau, G. (2000). Educación y didáctica de las matemáticas. *Revista Educación Matemática*, 12 (1), 5-38.

Brousseau, G. (1998). *Théorie des situations didactiques*. Recherches en Didactique des Mathématiques. París: La pensée Sauvage.

Castela, C. (2008). Travailler avec, travailler sur la notion de praxéologie mathématique pour décrire les besoins d’apprentissage ignorés par les institutions d’enseignement. *Recherches en Didactique des Mathématiques,* 28(2), 135-182.

Castela, C. y Romo, A. (2011). Des mathématiques á l’automatique: *étude des effets* de transposition sur la transformée de Laplace dans la formation des ingénieurs. *Recherches en Didactique des Mathématiques,* 31(1), 79-130.

Chevallard, Y., Bosch, M. y Gascón, J. (1998). *Estudiar matemáticas. El eslabón perdido entre enseñanza y aprendizaje* (Biblioteca para la Actualización del Magisterio). México: Secretaría de Educación Pública.

Cruz, I. (2012, marzo). El dinero de los migrantes. *La Jornada del Campo*. Recuperado de http://www.jornada.unam.mx/2012/03/17/cam-dinero.html

Freudenthal, H. (1983). *Didactical phenomenology of mathematical structures*. Holanda: Reidel, Dordrecht.

Lave, J. (1991). *La cognición en la práctica*. España: Paidós.

Hart, K. M. (1988). Ratio and proportion. En J. Hiebert & M. Beher (eds.). *Number concepts and operations in the middle grades* (vol. 2, pp. 198-219). Lawrence Erlbaum Associates National Council of Teachers of Mathematics.

Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación (2016). *Directrices para mejorar la atención educativa de niñas, niños y adolescente de familias de jornaleros agrícolas migrantes*. Recuperado de http://publicaciones.inee.edu.mx/buscadorPub/P1/F/103/P1F103.pdf

Romo Vázquez, Avenilde (2009). *La formation mathématique des futurs ingénieurs.* Thèse de doctorat, Université Denis Diderot Paris 7, París, Francia.

Ruiz, M. L. (2003). Aprendizaje y matemáticas. En Ma. C. Chamorro (coord.). *Didáctica de las matemáticas para primaria* (pp. 31-68). Madrid, España: Pearson Educación.

Solares Pineda, D. V. (2012a). *Conocimientos matemáticos de niños y niñas jornaleros agrícolas migrantes.* Tesis de doctorado, Departamento de Investigaciones Educativas-Cinvestav, México.

Solares Pineda, D. V. (2012b). Conocimientos matemáticos en situaciones extraescolares. Análisis de un caso en el contexto de los niños y niñas jornaleros migrantes. *Revista Educación Matemática,* 24(1), 5-33.

Solares Pineda, D. V. (2017). Análisis praxeológico de actividades agrícolas que movilizan conocimientos matemáticos en un campo de cultivo. El caso de los niños jornaleros agrícolas migrantes. En G. Cirade *et al.* (editores). Évolutions contemporaines du rapport aux mathématiques et aux autres savoirs à l’école et dans la société. Actes du 4e congrès international sur la théorie anthropologique du didactique (TAD) (pp. 501-525). Recuperado de https://citad4.sciencesconf.org

Solares Pineda, D. V., Solares Rojas, A. y Padilla, E. (2016). La enseñanza de las matemáticas más allá de los salones de clase. Análisis de actividades laborales urbanas y rurales. *Educación Matemática,* (2), año 28.

Vergnaud, G. (1988). Multiplicative structures. En J. Hiebert & M. Behr (eds.). *Number concepts and operations in the middle grades* (vol. 2, pp. 141-161). Reston, VA: Lawrence Erlbaum & National Council of Teachers of Mathematics.

Vergnaud, G. (1983). Multiplicative structures. En R. Lesh & M. Landau (eds.). *Acquisition of mathematics concepts and processes* (pp. 127-174). Nueva York: Academic Press.